

# Mathematics

## गणित

(311)

### Assignment - I

### मूल्यांकन पत्र - I

(Lessons 1-15)

(पाठ 1 से 15 तक)

Max. Marks: 25

कुल अंक : 25

**Note:** (i) All questions are compulsory. Each question carries equal marks.

**टिप्पणी:** सभी प्रश्नों के उत्तर देने अनिवार्य हैं। प्रत्येक प्रश्न के अंक समान हैं।

(ii) Write your name, enrolment number, AI name and subject etc. on the top of the first page of the answer sheet.

उत्तर पुस्तिका के प्रथम पृष्ठ पर ऊपर की ओर अपना नाम, अनुक्रमांक, अध्ययन केन्द्र का नाम, विषय आदि स्पष्ट शब्दों में लिखिए।

1. Answer any **two** of the following questions:

निम्नलिखित प्रश्नों में से किन्हीं **दो** प्रश्नों के उत्तर दीजिए:

(i) If 1,  $\omega$  and  $\omega^2$  are cube roots of unity, then prove that:

$$(x - y)(x\omega - y)(x\omega^2 - y) = x^3 - y^3$$

यदि 1,  $\omega$  तथा  $\omega^2$  इकाई के घनमूल हों, तो सिद्ध कीजिए:

$$(x - y)(x\omega - y)(x\omega^2 - y) = x^3 - y^3$$

(ii) Find the equation of the line through the point (5, -1) and perpendicular to the line  $3x - 4y + 5 = 0$

बिन्दु (5, -1) से होकर तथा रेखा  $3x - 4y + 5 = 0$  के लम्बवत् रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए।

(iii) Find the eccentricity and coordinates of the foci of the ellipse  $4x^2 + 9y^2 = 1$

दीर्घवत्त  $4x^2 + 9y^2 = 1$  की उत्केन्द्रता तथा नाभि के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।

2. Answer any **two** of the following questions:

निम्नलिखित प्रश्नों में से किन्हीं **दो** प्रश्नों के उत्तर दीजिए:

(i) From a team of 17 players which includes 2 wicket keepers and 4 bowlers, a cricket eleven is to be chosen. In how many ways can it be done if 1 wicket keeper and atleast 3 bowlers are to be chosen?

सत्तरह खिलाड़ियों, जिनमें दो विकेट कीपर तथा 4 गेंदबाज हैं, में से ग्यारह खिलाड़ियों की क्रिकेट टीम का चुनाव करना है। ऐसा कितनी विधियों से किया जा सकता है जबकि एक विकेट कीपर तथा कम से कम 3 गेंदबाजों को सम्मिलित किया जाना है?

(ii) Show that :

दर्शाइए कि:

$$\begin{vmatrix} (b+c)^2 & a^2 & a^2 \\ b^2 & (c+a)^2 & b^2 \\ c^2 & c^2 & (a+b)^2 \end{vmatrix} = 2abc(a+b+c)^3$$

(iii) If a, b and c are in A.P. and x, y, z are in G.P., then show that  $x^{b-c} \cdot y^{c-a} \cdot z^{a-b} = 1$   
यदि a, b तथा c एक समांतर श्रेणी में हों और x, y तथा z एक गुणोत्तर श्रेणी में हों, तो दर्शाइए कि  $x^{b-c} \cdot y^{c-a} \cdot z^{a-b} = 1$

3. Minimise  $Z = 6000 x_1 + 4000 x_2$

न्यूनतम मान ज्ञात कीजिए

Subject to constraints

निम्न प्रतिबन्धों के अन्तर्गत

$$3x_1 + x_2 \geq 24$$

$$x_1 + x_2 \geq 16$$

$$x_1 + 3x_2 \geq 24$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

**Or (अथवा)**

Find the sum of the series to n terms:

निम्न श्रेणी का योगफल n पदों तक ज्ञात कीजिए:

$$1 + (1+2) + (1+2+3) + \dots$$

4. Using matrix method, solve the following system of equations for x, y and z:

आव्यूह विधि द्वारा, निम्न समीकरण निकाय को x, y तथा z के लिए हल कीजिए:

$$2x + y - z = 2$$

$$x + 2y - 3z = -1$$

$$5x - y - 2z = -1$$

**Or/अथवा**

Prove that the coefficient of middle term in the expansion of  $(1+x)^{2n}$  is equal to sum of the coefficients of two middle terms in the expansion of  $(1+x)^{2n-1}$ .

सिद्ध कीजिए कि  $(1+x)^{2n}$  के प्रसार में मध्य पद का गुणांक,  $(1+x)^{2n-1}$  के प्रसार में दो मध्य पदों के गुणांकों के योगफल के बराबर होता है।

5. **Project work (परियोजना कार्य)**

Prepare a  $10 \times 10$  grid as shown below and start placing marbles in them, placing 1 marble in the first square, 2 marbles in the second, 4 in the third, 8 in the fourth and so on, i.e., in each subsequent square the number of marbles is twice their number in the previous square.

The situation appears like the following:

$\square$ $2^0$	$\square\square$ $2^1$	$\begin{matrix} \square\square \\ \square\square \end{matrix}$ $2^2$	$\begin{matrix} \square\square\square \\ \square\square\square \\ \square\square \end{matrix}$ $2^3$	$\begin{matrix} \square\square\square\square \\ \square\square\square\square \\ \square\square\square\square \\ \square\square\square\square \\ \square\square\square\square \end{matrix}$ $2^4$					
					$2^{15}$				
	$2^{31}$								
									$2^{99}$

Can you imagine how large the last number  $2^{99}$  is?

You cannot even place so many marbles in one square or cannot get them at one shop.

**Let us draw the following table:**

Square No.	1	2	3	4	5	6		99	100
No. of marbles	$1 = 2^0$	$2 = 2^1$	$4 = 2^2$	$8 = 2^3$	$16 = 2^4$	$32 = 2^5$		$2^{98}$	$2^{99}$
Total no. of marbles upto that square	1	3	7	15	31			x	y

**Observe that**

- Sum of marbles in first two squares (3) is one less than the number of marbles in the third square (4)
- Sum of marbles in the first three squares (7) is one less than the number of marbles in the fourth square (8)

(a) Can you generalise this observation?

Is it correct to write that sum of marbles upto a particular square is one less than the number of marbles in the just next square? [Yes/No]

(b) From the table can you now give the number of marbles upto the 99th square?

(c) Can you guess how many digits are there in the number  $2^{99}$ ?

$10 \times 10$  का एक ग्रिड बनाइए जैसा कि नीचे दिखाया गया है तथा उनमें मार्बल रखना शुरू कीजिए, पहले वर्ग में 1 मार्बल, दूसरे वर्ग में दो मार्बल, तीसरे में 4, चौथे में 8 ... अर्थात् प्रत्येक वर्ग में मार्बल की संख्या, उससे पहले वर्ग के मार्बल की संख्या का दुगुना है। यह स्थिति इस प्रकार होगी।

□ $2^0$	□□ $2^1$	□□ □□ $2^2$	□□□ □□□ □□ $2^3$	□□□□ □□□□ □□□□ □□□□ $2^4$					
					$2^{15}$				
	$2^{31}$								
									$2^{99}$

क्या आप अनुमान लगा सकते हैं कि अन्तिम संख्या  $2^{99}$  कितनी बड़ी होगी? आप इतने मार्बल तो एक वर्ग में रख भी नहीं सकते और न ही एक दुकान पर उपलब्ध होंगे। आइए हम निम्न तालिका बनाएँ।

वर्ग संख्या	1	2	3	4	5	6		99	100
मार्बल की संख्या	$1 = 2^0$	$2 = 2^1$	$4 = 2^2$	$8 = 2^3$	$16 = 2^4$	$32 = 2^5$		$2^{98}$	$2^{99}$
उस वर्ग तक मार्बल की कुल संख्या	1	3	7	15	31			x	y

देखिए कि

1. पहले दो वर्गों के मार्बल की संख्या (3) तीसरे वर्ग की मार्बल संख्या (4) से एक कम है।
2. पहले तीन वर्गों के मार्बल की संख्या का योग (7), चौथे वर्ग की मार्बल संख्या (8) से 1 कम है।
  - (अ) क्या आप अपने प्रेक्षण का व्यापकीकरण कर सकते हैं? क्या ऐसा लिखना सही होगा, कि एक विशिष्ट वर्ग तक के मार्बल की संख्या का योगफल उससे अगले वर्ग में मार्बल की संख्या से 1 कम है?
  - (ब) तालिका से, क्या आप 99वें वर्ग तक के मार्बल की संख्या दे सकते हैं?
  - (स) क्या आप अनुमान लगा सकते हैं कि संख्या  $2^{99}$  में कितने अंक हैं?

# Mathematics

## गणित

(311)

Assignment - II

मूल्यांकन पत्र - II

(Lessons 16-31)

(पाठ 16 से 31 तक)

Max. Marks: 25

कुल अंक : 25

**Note:** (i) All questions are compulsory. Each question carries equal marks.

**टिप्पणी:** सभी प्रश्नों के उत्तर देने अनिवार्य हैं। प्रत्येक प्रश्न के अंक समान हैं।

(ii) Write your name, enrolment number, AI name and subject etc. on the top of the first page of the answer sheet.

उत्तर पुस्तिका के प्रथम पृष्ठ पर ऊपर की ओर अपना नाम, अनुक्रमांक, अध्ययन केन्द्र का नाम, विषय आदि स्पष्ट शब्दों में लिखिए।

1. Answer any **two** of the following questions:

निम्नलिखित प्रश्नों में से किन्हीं **दो** प्रश्नों के उत्तर दीजिए:

(a) Prove that:

सिद्ध कीजिए कि:

$$\tan 7A + \tan 5A + \tan 2A = \tan 7A \tan 5A \tan 2A$$

(b) Find the general solution of the following equation:

निम्नलिखित समीकरण का सामान्य हल ज्ञात कीजिए:

(c) If  $\cos^{-1} x + \cos^{-1} y + \cos^{-1} z = \pi$ , prove that

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2xyz = 1$$

यदि  $\cos^{-1} x + \cos^{-1} y + \cos^{-1} z = \pi$ , है तो सिद्ध कीजिए कि

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2xyz = 1$$

2. Answer any **two** of the following questions:

निम्नलिखित प्रश्नों में से किन्हीं **दो** प्रश्नों के उत्तर दीजिए:

(a) Evaluate:

मान ज्ञात कीजिए:  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{\sqrt{x+2} - \sqrt{3x-2}}$

(b) If  $\cos y = x \cos (a + y)$ , prove that

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\cos^2(a + y)}{\sin a}$$

यदि  $\cos y = x \cos (a + y)$ , है तो सिद्ध कीजिए कि

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\cos^2(a + y)}{\sin a}$$

- (c) Show that the height of a right circular cylinder of greatest volume that can be inscribed in a right circular cone is one-third that of the cone.

दर्शाइए कि एक उच्चतम आयतन वाला बेलन, जिसे एक लंबव तीय शंकु के अन्तर्गत बनाया जा सके, की ऊँचाई शंकु की ऊँचाई का एक तिहाई होगी।

3. Evaluate:

मान ज्ञात कीजिए:

$$\int \frac{\sin 2x}{\sin^4 x + \cos^4 x} dx$$

**OR/अथवा**

Using integration, find the area enclosed by the curves  $y = x^2$  and  $y = x + 2$ .

समाकलन का प्रयोग करते हुए, वक्रों  $y = x^2$  तथा  $y = x + 2$  द्वारा घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

4. The data on ages of teachers working in a school of a city are given below:

एक शहर के एक स्कूल में काम करने वाले अध्यापकों की आयु के आंकड़े नीचे दिए गए हैं:

Age (in years)	20-25	25-30	30-35	35-40	40-45	45-50	50-55	55-60
आयु (वर्षों में)								

No. of teachers	25	110	75	120	100	90	50	30
अध्यापकों की संख्या								

Calculate the variance and standard deviation for the above data.

उपरोक्त आंकड़ों का प्रसरण तथा मानक विचलन परिकलित कीजिए।

**OR/(अथवा)**

Out of 21 tickets marked with numbers from 1 to 21, three are drawn at random. Find the probability that the numbers on them are in A.P.

21 टिकटों, जिन पर 1 से 21 तक संख्यायें अंकित हैं, में से तीन याद चिह्नक रूप से निकाली जाती हैं। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि उन पर अंकित संख्याएं समांतर श्रेणी में हैं।

5. **Project Work**

Let us take a function  $f(x) = \frac{\sin x}{x}$

What is  $f(0)$  ?

Now fill in the following table:

x (in degrees)	-57.1430	-51.4287	-45.7144	-40.0001	-34.2858	-28.5715	-22.8572	-17.1429	-11.4286	-5.7143	-0.5714	0	0.5714	5.7143	11.4286	17.1429	22.8572	28.5715	34.2858	40.0001	45.7144	51.4287	57.1430
x (in radians)	-1.0	-0.9	-0.8	-0.7	-0.6	-0.5	-0.4	-0.3	-0.2	-0.1	-0.01	0	0.01	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
sin x	-0.8415	-0.7833	-0.7174	-0.6442	-0.5646	-0.4794	-0.3894	-0.2955	-0.1987	-0.0998	-0.0100	0	0.0100	0.0998	0.1987	0.2955	0.3894	0.4794	0.5646	0.6442	0.7174	0.7833	0.8415
$f(x) = \frac{\sin x}{x}$	0.8415	0.8703	0.8963	0.9202	0.9410	0.9588	0.9735	0.9850	0.9935	0.9980	1.0000	0.10	1.0000	0.9980	0.9935	0.9850	0.9735	0.9588	0.9410	0.9202	0.8967	0.8703	0.8415

When x changes from -1.0 radians to -0.01 radians,

what do you observe about the value of f(x)?

Do you observe f(x) approaching some value?

What is that value?

When x changes from 1.0 radian to 0.01 radians,

what do you observe about the value of f(x)?

Do you observe f(x) approaching some value?

What is that value?

Thus, What can you say about  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$  ?

परियोजना कार्य

आइए हम एक फलन  $f(x) = \frac{\sin x}{x}$  लें।

f(0) का मान क्या है?

अब निम्नलिखित तालिका में भरिए

x (डिग्री में)	-57.1430	-51.4287	-45.7144	-40.0001	-34.2858	-28.5715	-22.8572	-17.1429	-11.4286	-5.7143	-0.5714	0	0.5714	5.7143	11.4286	17.1429	22.8572	28.5715	34.2858	40.0001	45.7144	51.4287	57.1430
x (रेडियन में)	-1.0	-0.9	-0.8	-0.7	-0.6	-0.5	-0.4	-0.3	-0.2	-0.1	-0.01	0	0.01	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
sin x	-0.8415	-0.7833	-0.7174	-0.6442	-0.5646	-0.4794	-0.3894	-0.2955	-0.1987	-0.0998	-0.0100	0	0.0100	0.0998	0.1987	0.2955	0.3894	0.4794	0.5646	0.6442	0.7174	0.7833	0.8415
$f(x) = \frac{\sin x}{x}$	0.8415	0.8703	0.8963	0.9202	0.9410	0.9588	0.9735	0.9850	0.9935	0.9980	1.0000	0.10	1.0000	0.9980	0.9935	0.9850	0.9735	0.9588	0.9410	0.9202	0.8967	0.8703	0.8415

जब x का मान -1.0 रेडियन से -0.01 रेडियन तक बदलता है तो

आप f(x) के मान के विषय में क्या अवलोकन करते हैं?

क्या आप f(x) का मान किसी एक मान की ओर अग्रसर होता हुआ देखते हैं?

वह मान क्या है।

जब  $x$  का मान 1.0 रेडियन से 0.01 रेडियन तक बदलता है तो,

आप  $f(x)$  के मान के विषय में क्या अवलोकन करते हैं?

क्या आप  $f(x)$  का मान किसी एक मान की ओर अग्रसर होता हुआ देखते हैं?

वह मान क्या है?

अतः आप  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$  के बारे में क्या कह सकते हैं?

# Mathematics

## गणित

(311)

Assignment - III

मूल्यांकन पत्र - III

(Lessons 32-41)

(पाठ 32 से 41)

(Attempt Option A or B)

(विकल्प अ अथवा ब कीजिए)

**OPTION-A (Vectors and 3-D Geometry)**

विकल्प-अ (सदिश तथा त्रि-आयाम ज्यामिति)

Max. Marks: 25

कुल अंक : 25

**Note:** (i) All questions are compulsory. Each question carries equal marks.

**टिप्पणी:** सभी प्रश्नों के उत्तर देने अनिवार्य हैं। प्रत्येक प्रश्न के अंक समान हैं।

(ii) Write your name, enrolment number, AI name and subject etc. on the top of the first page of the answer sheet.

उत्तर पुस्तिका के प्रथम पृष्ठ पर ऊपर की ओर अपना नाम, अनुक्रमांक, अध्ययन केन्द्र का नाम, विषय आदि स्पष्ट शब्दों में लिखिए।

$\vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$

1. Answer any **two** of the following questions:

निम्नलिखित प्रश्नों में से किन्हीं **दो** प्रश्नों के उत्तर दीजिए:

(a) If  $\vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$  and  $\vec{b} = 3\hat{j} - \hat{k}$ , show that  $\vec{a}$  and  $\vec{b}$  are perpendicular to each other.

यदि  $\vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$  तथा  $\vec{b} = 3\hat{j} - \hat{k}$  है, तो दर्शाइए कि  $\vec{a}$  तथा  $\vec{b}$  परस्पर लम्बवत हैं।

(b) If  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  and  $\vec{c}$  are unit vectors and  $\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{1}{2}$ , find the value of  $\vec{a} \cdot \vec{c}$ .

यदि  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  तथा  $\vec{c}$  मात्रक सदिश हैं तथा  $\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{1}{2}$  है, तो  $\vec{a} \cdot \vec{c}$  का मान ज्ञात कीजिए।

(c) Let  $\vec{a} = \hat{i} - \hat{j}$ ,  $\vec{b} = 3\hat{j} - \hat{k}$  and  $\vec{c} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ . Find a vector which is perpendicular to both  $\vec{a}$  and  $\vec{b}$ .

माना  $\vec{a} = \hat{i} - \hat{j}$  तथा  $\vec{b} = 3\hat{j} - \hat{k}$  है एक सदिश ज्ञात कीजिए जो  $\vec{a}$  तथा  $\vec{b}$  दोनों पर लम्बवत है तथा  $\vec{c} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$  है।

2. Answer any **two** of the following questions:

निम्नलिखित प्रश्नों में से किन्हीं **दो** प्रश्नों के उत्तर दीजिए:

(a) Find the projection of the line-segment joining the points (3, 3, 5) and (5, 4, 3) on the line joining the points (2, -1, 4) and (0, 1, 5).

बिन्दुओं (3, 3, 5) तथा (5, 4, 3) को मिलाने वाले रेखाखंड का बिन्दुओं (2, -1, 4) तथा (0, 1, 5) को मिलाने वाले रेखाखंड पर प्रक्षेप ज्ञात कीजिए।

- (b) Determine the length and foot of the perpendicular drawn from the point P(2, -1, 5) to the line

बिन्दु P(2, -1, 5) से रेखा  $\frac{x-11}{10} = \frac{y+2}{-4} = \frac{z+8}{-11}$  पर डाले गये लम्ब की लम्बाई तथा लम्ब के पाद के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।

- (c) Find the equation of the sphere for which the circle given by  $x^2 + y^2 + z^2 + 7y - 2z + 2 = 0$  and  $2x + 3y + 4z - 8 = 0$  is a great circle.  
ऐसे गोले का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसमें समीकरण  $x^2 + y^2 + z^2 + 7y - 2z + 2 = 0$  तथा  $2x + 3y + 4z - 8 = 0$  वाला वृत्त गोले का बृहत् वृत्त है।

3. Show that the equation  $6x^2 + 4y^2 - 10z^2 + 3yz + 4xz - 11xy = 0$  represents a pair of planes and find the angle between the planes.  
दर्शाइए कि समीकरण  $6x^2 + 4y^2 - 10z^2 + 3yz + 4xz - 11xy = 0$  समतलों के एक युग्म को निरूपित करता है तथा इन समतलों के बीच का कोण ज्ञात कीजिए।

**Or(अथवा)**

Show that the four points A(0, -1, -1), B(4, 5, 1), C(3, 9, 4) and D(-4, 4, 4) are coplanar. Also find the equation of the plane in which they lie.

दर्शाइए कि चार बिंदु A(0, -1, -1), B(4, 5, 1), C(3, 9, 4) और D(-4, 4, 4) समतलीय हैं। उस समतल का समीकरण भी ज्ञात कीजिए, जिसमें यह बिंदु स्थित है।

4. Find the equation of the plane containing the lines

$$\frac{x-5}{4} = \frac{y-7}{4} = \frac{z+3}{-5} \text{ and } \frac{x-8}{7} = \frac{y-4}{1} = \frac{z-5}{3}$$

उस समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसमें निम्न रेखाएं स्थित हैं:

$$\frac{x-5}{4} = \frac{y-7}{4} = \frac{z+3}{-5} \text{ तथा } \frac{x-8}{7} = \frac{y-4}{1} = \frac{z-5}{3}$$

**Or (अथवा)**

Find the equation of the sphere passing through the points (0, 0, 0), (0, 2, -1), (-1, 1, 0) and (1, 2, -3).

उस गोले का समीकरण ज्ञात कीजिए जो कि बिंदुओं (0, 0, 0), (0, 2, -1), (-1, 1, 0) तथा (1, 2, -3) से गुजरता है।

5. **Project work**

Give a method of generating Pythagorean Triplets, without using a general formula

Let us divide this attempt in two parts:

- (i) For odd numbers as first number in the triplet

- (ii) For even numbers as first number of the triplet  
 (i) Consider the smallest Pythagorean triplet

(a)	(b)	(c)
3	4	5

Analyse the relationship between the numbers in columns (a), (b) and (c)

If you observe closely, you will find that

$$3^2 = 4 + 5 \text{ and } 4 \text{ is one less than } 5$$

$\therefore$  Square the first number (a), and write that number as sum of two numbers [(b) and (c)] whose difference is 1

Now consider the next odd number 5

(a)	(b)	(c)
5	12	13

$$5^2 = 25$$

$$25 = 12 + 13$$

$$\text{and } 13 = 12 + 1$$

$$\text{or } 13 - 12 = 1$$

$\therefore$  The next Pythagoreans Triplet is 5    12    13

Following the same, we can write the some of the next Pythagorean Triplets as

(a)	(b)	(c)	
7	24	25	$7^2 = 25 + 24$ $25 - 24 = 1$
9	40	41	$9^2 = 40 + 41$ $41 - 40 = 1$
11	60	61	$11^2 = 121 = 61 + 60$ $61 - 60 = 1$
13	84	85	$13^2 = 169 = 84 + 85$ $85 - 84 = 1$
15	112	113	$15^2 = 225 = 113 + 112$ $113 - 112 = 1$
17	144	145	$17^2 = 289 = 145 + 144$ $145 - 144 = 1$
.	.		
.	.		

- (ii) Consider the smallest triplet

(a)	(b)	(c)
4	3	5

Let us analyse this:  $\frac{a^2}{2} = b + c$ ,  $c \sim b = 2$

$$4^2 = 16 \text{ and } 16/2 = 5 + 3 \text{ and } 5 - 3 = 2$$

	(a)	(b)	(c)
$6^2 = 36$			
$\frac{36}{2} = 18 = 10 + 8$	6	8	10
$10 - 8 = 2$			
$8^2 = 64$			
$\frac{64}{2} = 32 = 17 + 15$	8	15	17
$17 - 15 = 2$			
$(10)^2 = 100$			
$\frac{100}{2} = 50 = 26 + 24$	10	24	26
$26 - 24 = 2$			

Some of the next Pythagoraen Triplets are

	(a)	(b)	(c)
$12^2 = 144$			
$\frac{144}{2} = 72 = 37 + 35$	12	35	37
$37 - 35 = 2$			
$14^2 = 196 \Rightarrow \frac{196}{2} = 98$			
$98 = 48 + 50$	14	48	50
$50 - 48 = 2$			
	16	63	65
			$16^2 = 256: \frac{256}{2} = 128$
			$128 = 65 + 63, 65 - 63 = 2$
	18	80	82
			$18^2 = 324 \Rightarrow \frac{324}{2} = 162$
			$162 = 82 + 80, 82 - 80 = 2$
	20	99	101
			$20^2 = 400, \frac{400}{2} = 200$
	.	.	.
	.	.	.

## 5. परियोजना कार्य

पाइथागोरीयन त्रिकों को, एक व्यापक तरीका लेकर (किसी फार्मूले के प्रयोग बिना) निकालने की विधि दीजिए।

आइए इसको हम दो भागों में बाटें:

- (i) वह त्रिक जिनमें पहली संख्या एक विषम संख्या है।  
(ii) वह त्रिक जिसमें प्रथम संख्या सम संख्या है।  
(i) सबसे छोटा पाइथागोरीयन त्रिक, जो हमें ज्ञात है,

(अ)	(ब)	(स)
3	4	5

आइए स्तम्भों (अ), (ब) तथा (स) में दी गई संख्याओं में संबंध ढूंढने के लिए विश्लेषण करें।

अगर आप सूक्ष्मतया देखें, तो पायेंगे कि

$$3^2 = 4 + 5 \text{ तथा } 5, 4 \text{ से एक अधिक है।}$$

प्रथम संख्या (अ) का वर्ग लेकर उसे दो भागों में बाटें जिनका अन्तर 1 है।

आइए अब अगली विषम संख्या लें

(अ)	(ब)	(स)
5	12	13

$$5^2 = 25$$

$$25 = 12 + 13$$

$$\text{तथा } 13 - 12 = 1$$

अगला पाइथागोरीयन त्रिक 5      12      13      है

इसी प्रकार, हम कुछ अन्य पाइथागोरीयन त्रिक लिख सकते हैं।

(अ)	(ब)	(स)	
7	24	25	$7^2 = 25 + 24$ $25 - 24 = 1$
9	40	41	$9^2 = 40 + 41$ $41 - 40 = 1$
11	60	61	$11^2 = 121 = 61 + 60$ $61 - 60 = 1$
13	84	85	$13^2 = 169 = 84 + 85$ $85 - 84 = 1$
15	112	113	$15^2 = 225 = 113 + 112$ $113 - 112 = 1$
17	144	145	$17^2 = 289 = 145 + 144$ $145 - 144 = 1$
.	.		
.	.		

(ii) सबसे छोटा पाइथागोरीय त्रिक है

(अ)	(ब)	(स)
4	3	5

आइए इसका विश्लेषण करें:

$$\frac{a^2}{2} = b + c, c - b = 2$$

आप देखेंगे कि  $4^2 = 16, 16/2 = 5 + 3$  और  $5 - 3 = 2$

	(अ)	(ब)	(स)
$6^2 = 36$			
$\frac{36}{2} = 18 = 10 + 8$	6	8	10
$10 - 8 = 2$			
$8^2 = 64$			
$\frac{64}{2} = 32 = 17 + 15$	8	15	17
$17 - 15 = 2$			
$(10)^2 = 100$			
$\frac{100}{2} = 50 = 26 + 24$	10	24	26
$26 - 24 = 2$			

कुछ अन्य पाइथागोरीयन त्रिक हैं

	(अ)	(ब)	(स)
$12^2 = 144$			
$\frac{144}{2} = 72 = 37 + 35$	12	35	37
$37 - 35 = 2$			
$14^2 = 196 \Rightarrow \frac{196}{2} = 98$			
$98 = 48 + 50$	14	48	50
$50 - 48 = 2$			
$16^2 = 256: \frac{256}{2} = 128$			
$128 = 65 + 63, 65 - 63 = 2$	16	63	65

$$18^2 = 324 \Rightarrow \frac{324}{2} = 162$$

162 = 82 + 80, 82 - 80 = 2	18	80	82
----------------------------	----	----	----

  

$$20^2 = 400, \frac{400}{2} = 200$$

200 = 101 + 99, 101 - 99 = 2	20	99	101
	.	.	.
	.	.	.

### OPTION-B (Mathematics for Commerce, Economics and Business)

#### विकल्प-ब (वाणिज्य, अर्थशास्त्र तथा व्यापार के लिए गणित)

1. Answer any **two** of the following questions:

निम्नलिखित प्रश्नों में से किन्हीं **दो** प्रश्नों के उत्तर दीजिए:

(a) Ram had 2000 preferred shares and 5000 ordinary shares of a company of Rs 10 each. If the dividend declared on preferred shares is 20% and 12% on ordinary shares, find the annual dividend received by Ram.

राम के पास किसी कम्पनी के 10 रु. अंकित मूल्य के 2000 प्रिफरेंस शेयर तथा 5000 साधारण शेयर हैं। यदि प्रिफरेंस शेयर तथा साधारण शेयर पर घोषित लाभांश क्रमशः 20% तथा 12% है, तो राम द्वारा प्राप्त वार्षिक लाभांश ज्ञात कीजिए।

(b) A man bought Rs 28000 of 7% stock at 98 and sells it when the price rose to Rs 105. Find the money received by him by selling the stock.

एक व्यक्ति ने 28000 रु के 7% स्टॉक को 98 पर खरीदा तथा जब उसका मूल्य 105 रु हो गया, तो उसे बेच दिया। इस प्रकार बेचने पर उसे कितनी राशि मिली?

(c) Construct the price-index number for 2009, taking the year 2005 as base year:

वर्ष 2005 को आधार वर्ष मानकार वर्ष 2009 के लिए मूल्य सूचकांक का निर्माण कीजिए:

Commodity वस्तु	A	B	C	D	E
Price in the year 2005 वर्ष 2005 में मूल्य	60	50	70	120	100
Price in the year 2009 वर्ष 2009 में मूल्य	80	60	100	160	150

2. Answer any **two** of the following questions:

निम्नलिखित प्रश्नों में से किन्हीं **दो** प्रश्नों के उत्तर दीजिए:

(a) A person at the age of 25 years takes an insurance policy of sum assured Rs 50000 for 30 year-term. Calculate premium for yearly payment assuming the following:

Tabular premium/1000	Rs 40
Rebate for large sum assured	Rs 2 per 1000
Rebate for yearly payment	3%

एक व्यक्ति जिसकी आयु 25 वर्ष है, 50000 रु की बीमा पालिसी 30 वर्षों के लिए लेता है। नीचे दिये गये विवरण के अनुसार वार्षिक प्रीमियम की गणन कीजिए

तालिका प्रीमियम/1000	40 रु
बड़ी बीमा राशि के लिए छूट	2 रु/1000
वार्षिक भुगतान के लिए छूट	3%

- (b) A dealer purchases 30 kg of wheat @ Rs 10 per kg plus VAT and after earning a profit of Rs 5 per kg, the dealer sells it to retailer. The retailer finally sells it to a customer @ Rs 22.55 per kg including VAT. Calculate how much tax is collected by the Govt. through VAT which is 10% at each stage.

एक व्यापारी 30 किग्रा गेहूँ 10 रु प्रति किग्रा. के भाव से जिस पर वैट अतिरिक्त है तथा उस पर 5 रु. प्रति किग्रा. का लाभ लेकर उसे एक खुदरा व्यापारी को बेच देता है। खुदरा व्यापारी उसे एक ग्राहक को 22.55 रु. प्रति किग्रा. वैट सहित बेच देता है। ज्ञात कीजिए कि सौदे में सरकार को वैट के रूप में कितना कर मिला जबकि प्रति स्तर पर वैट की दर 10% है।

- (c) The cost function of a firm is given by

$$C = 2x^2 + x - 5$$

Find (i) the average cost

(ii) the marginal cost

when  $x = 4$

एक फर्म का लागत फलन  $C = 2x^2 + x - 5$  द्वारा प्रदत्त है, तो

(i) औसत फलन

(ii) सीमांत फलन

ज्ञात कीजिए जब  $x = 4$  है।

3. A man invests Rs 28000 in 7% stock at 98 and sells it when the price rose to Rs 105. He reinvests the sale proceeds in 12% stock at 120. Find the change in his income.

एक व्यक्ति 7% स्टॉक में 98 के भाव से 28000 रु. निवेश करता है तथा जब मूल्य बढ़कर 105 रु हो जाता है, तो उसे बेच देता है। वह प्राप्त धन को 120 के भाव से 12% स्टॉक में पुनर्निवेश कर देता है। उसकी आय में परिवर्तन ज्ञात कीजिए।

**Or**

Construct by simple average of price relative method, the price index of 2009, taking 2005 as base year from the following data

निम्नलिखित आँकड़ों से मूल्यानुपातों के सरल माध्य की रीति से वर्ष 2005 का आधार वर्ष मानकर वर्ष 2009 का मूल्य सूचकांक ज्ञात कीजिए।

Commodity (वस्तु)	A	B	C	D	E	F
Price (in 2005) (in Rs) मूल्य (2005 में) (रु. में)	60	50	60	50	25	20
Price (in 2009) (in Rs) मूल्य (2009 में) (रु. में)	80	60	72	75	37.5	30

4. Neeta's Tailoring unit stitches 20 ladies suits daily out of which 50% are exported to America and the rest 50% are sold in the domestic market. In preparing one suit, 5 meter cloth is required which is purchased at Rs 120/m and she adds value of Rs 100 per suit. If excise duty on cloth is 5%, calculate how much excise duty she has to pay to the government at the end of the month using Cenvat Transaction Method.

नीता का सिलाई यूनिट 20 लेडी सूट प्रतिदिन सिलता है जिसमें से वह 50% अमेरिका निर्यात कर देती है तथा शेष 50% वह घरेलू मार्केट में बेच देती है। एक सूट तैयार करने में 5 मी कपड़ा लगता है जो 120 रु. प्रति मी. के भाव से मिलता है तथा वह प्रत्येक सूट पर 100 रु. मूल्य जोड़ती है। यदि कपड़े पर शुल्क 5% हो तो ज्ञात कीजिए कि सैनवेट सौदे का तरीका प्रयोग कर उसे कितना शुल्क एक मास में देना पड़ेगा।

**Or (अथवा)**

The marginal revenue function of a commodity is given as  $MR = 12 - 3x^2 + 4x$ . Find the total revenue and the corresponding demand function.

एक माल का सीमांत आय फलन  $MR = 12 - 3x^2 + 4x$  है। कुल आय तथा संगत मांग फलन ज्ञात कीजिए।

**5. Project work**

Given the Marginal Revenue and Marginal Cost Functions and initial conditions, write the method of finding Break Even points in business

Let Marginal Revenue  $(MR(x)) = f(x)$

and Marginal Cost function  $MC(x) = g(x)$

Initial investment for business = Rs k

∴ We know that Revenue function  $R(x) = \int MR(x)dx + C$

Let

$$\therefore R(x) = F(x) + C$$

When  $x = 0, R(x) = 0 \quad C = 0$

$$\therefore R(x) = F(x)$$

Cost function  $C(x) =$

Let  $\int g(x)dx = G(x)$

$$\therefore C(x) = G(x) + C'$$

when  $x = 0, C(x) = k$

$$\therefore C(x) = G(x) + k$$

For Break Even Points  $C(x) = R(x)$

$$\Rightarrow F(x) = G(x) + k \dots\dots\dots(1)$$

Solve (1) for x to get number of commodities produced from Break-Even Points.

## परियोजना कार्य

सीमांत आय फलन तथा सीमांत लागत फलन दिये होने तथा प्रारम्भ की स्थिर लागत दिये होने पर व्यापार में सम-विच्छेदन बिन्दु ज्ञात करना।

माना सीमांत आय फलन  $(MR(x)) = f(x)$  है तथा सीमांत लागत फलन  $MC(x) = g(x)$  है। माना व्यापार में स्थिर लागत  $k$  रु. है।

हम जानते हैं कि आयफलन  $R(x) =$

$$\text{माना} \quad : R(x) = F(x) + C$$

$$\text{जब } x = 0, R(x) = 0 \quad C = 0$$

$$\therefore R(x) = F(x)$$

इसी प्रकार लागत फलन  $C(x) =$

$$\text{माना } \int g(x)dx = G(x)$$

$$\therefore C(x) = G(x) + C'$$

$$\text{जब } x = 0, C(x) = k$$

$$\therefore C(x) = G(x) + k$$

सम विच्छेदन बिन्दुओं के लिये  $C(x) = R(x)$

$$\Rightarrow F(x) = G(x) + k \dots\dots\dots(1)$$

(1) को हल करके  $x$  के मान ज्ञात कीजिए जो वस्तुओं की उत्पादन संख्या समविच्छेदन बिन्दु के लिए होगी।